LE FORMAT DE L'EPREUVE DE MATHEMATIQUES AU BACCALAUREAT, SERIE C

L'épreuve de Mathématiques à l'examen du Baccalauréat, série C, est conçue de façon à couvrir toutes les compétences déclinées à partir du profil de sortie des élèves à la fin du second cycle de l'enseignement secondaire.

I. REFERENTIEL DE COMPETENCES

Compétence 1 : Traiter une situation relative aux calculs algébriques et aux fonctions
Compétence 2 : Traiter une situation relative à la modélisation de phénomènes aléatoires, à l'organisation et au traitement des données.
Compétence 3 : Traiter une situation relative à la géométrie du plan, à la géométrie de l'espace et aux transformations du plan.
Compétence 4 : Traiter une situation relative à l'arithmétique.

L'épreuve de Mathématiques au Baccalauréat, série C, évalue chez les apprenants les habiletés/contenus du programme de Terminale C selon les niveaux taxonomiques suivants : la connaissance, la compréhension, l'application et le traitement de situation.

II. STRUCTURE DE L'EPREUVE

L'épreuve comporte six (6) exercices et évalue les quatre (4) compétences de la classe de Terminale C.

EXERCICE 1 : Test objectif (niveaux de taxonomie 1 ou 2).
EXERCICE 2 : Test objectif (niveaux de taxonomie 1, 2 ou 3).
EXERCICE 3 : Exercice de renforcement en test subjectif
EXERCICE 4 : Exercice d'approfondissement en test subjectif.
EXERCICE 5 : Exercice d'approfondissement en test subjectif.
EXERCICE 6 : Situation complexe.

Commentaires

- Un exercice de renforcement porte sur plusieurs habiletés d'une même leçon.
- Un exercice d'approfondissement porte sur plusieurs habiletés de plusieurs leçons.
- Les exercices de renforcement et d'approfondissement ne doivent pas être contextualisés.
- Un exercice peut porter sur plusieurs compétences.
- Les exercices 3, 4, 5 et 6 couvriront les quatre (4) compétences au programme.
- Les tests objectifs porteront sur des leçons qui n'auront pas été prises en compte par les exercices 3, 4, 5 et 6.

III. DUREE DE L'EPREUVE ET COEFFICIENT

L'épreuve de Mathématiques au Baccalauréat, série C, est conçue pour être traitée en quatre (04) heures par le candidat. Son coefficient est 5.
Un professeur qui enseigne la classe de Terminale C devrait réussir une rédaction du type élève en au plus deux heures (2h).

IV. PROPOSITION D'ATTRIBUTION DE POINTS

Exercice 1 (test objectif)	**04** pts
Exercice 2 (test objectif)	
Exercice 3 (renforcement)	**11** pts
Exercice 4 (approfondissement)	
Exercice 5 (approfondissement)	
Exercice 6 (situation complexe)	**05** pts

Exemple d'épreuve de **Durée : 4 heures**
Mathématiques – Série C **Coefficient : 5**

Chaque candidat recevra une (1) feuille de papier millimétré.
Tout modèle de calculatrice scientifique non graphique est autorisé.

EXERCICE 1 (2 points)
Ecris sur ta feuille de copie le numéro de l'affirmation suivi de VRAI si l'affirmation est vraie ou de FAUX si l'affirmation est fausse.

N°	Affirmation
1.	La ligne de niveau k de l'application M $\longmapsto \frac{MA}{MB}$ est le cercle de diamètre [AB].
2.	Soit *u* une fonction dérivable sur un intervalle I et *v* une fonction dérivable sur $u(I)$. Une primitive de $u' \times (v' \circ u)$ sur I est $v \circ u$.
3.	Une isométrie du plan qui laisse invariant deux points A et B distincts et qui n'est pas l'application identique, est la symétrie orthogonale d'axe (AB).
4.	Le plan est rapporté à un repère orthonormé. L'ensemble des points M(*x* ; *y*) du plan tels que $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$ est une ellipse.
5	Arg$(-\sqrt{3} + i) = \frac{5\pi}{6}$ et Arg$(1 + i) = \frac{\pi}{4}$. Donc la forme exponentielle du nombre complexe $\left(-\sqrt{3} + i\right)(1 + i)^2$ est $4e^{-i\frac{2\pi}{3}}$

EXERCICE 2 (2 points)
Pour chacun des énoncés, quatre réponses sont proposées dont une seule est exacte.
Ecris sur ta feuille de copie, le numéro de l'énoncé suivi de la lettre de la bonne réponse.

Enoncés		Réponses proposées	
1.	La fonction *f* définie sur $\mathbb{R}$ par : *f*(x) = 2cos(2x) + sin(2x) est solution de l'équation différentielle	A	$y'' - 4y = 0$
		B	$y'' + 4y = 0$
		C	$4y'' + y = 0$
		D	$4y'' - y = 0$
2.	$\overline{11111100100}^2$ est l'écriture en base 2 de	A	2000
		B	2015
		C	2020
		D	2025
3.	Le coefficient de corrélation linéaire de la série statistique double de caractère (X, Y) est le nombre réel	A	$\frac{cov(X,Y)}{V(Y)^2}$
		B	$\left\| \frac{cov(X,Y)}{V(X) \times V(Y)} \right\|$
		C	$\frac{cov(X,Y)}{V(X) \times V(Y)}$
		D	$\frac{cov(X,Y)}{\sqrt{V(X)} \times \sqrt{V(Y)}}$
4.	EFG est un triangle rectangle et isocèle en E de sens direct. I est le milieu du segment [FG], alors	A	F est l'image de I par la similitude directe de centre E d'angle $\frac{\pi}{4}$ et de rapport $\frac{\sqrt{2}}{2}$
		B	F est l'image de I par la similitude directe de centre E d'angle $\frac{\pi}{4}$ et de rapport $\sqrt{2}$

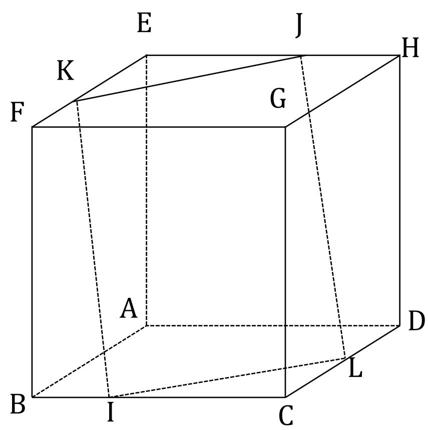
Enoncés		Réponses proposées	
		C	F est l'image de I par la similitude directe de centre E d'angle $-\frac{\pi}{4}$ et de rapport $\frac{\sqrt{2}}{2}$
		D	F est l'image de I par la similitude directe de centre E d'angle $-\frac{\pi}{4}$ et de rapport $\sqrt{2}$

<u>EXERCICE 3</u> (3 points)

Sur la figure ci-contre qui n'est pas en vraie grandeur, ABCDEFGH est un cube.

On munit l'espace $(\mathcal{E})$ d'un repère orthonormé $(\mathrm{A}; \overrightarrow{\mathrm{AB}}, \overrightarrow{\mathrm{AD}}, \overrightarrow{\mathrm{AE}})$.

- I est un point du segment [BC] tel que $\mathrm{I}\left(1; \frac{1}{3}; 0\right)$.
- Soit$(\mathcal{P})$le plan passant par I et de vecteur normal $\vec{n}\begin{pmatrix}8\\9\\5\end{pmatrix}$.
- Les points$\mathrm{J}$, K et L sont les points d'intersection respectifs du plan$(\mathcal{P})$ et des droites(EH), (FE) et (CD).



1. a) Justifie qu'une équation cartésienne du plan $(\mathcal{P})$: $8x + 9y + 5z - 11 = 0$.

   b) Justifie que les coordonnées des points J, K et L sont respectivement $\left(0; \frac{2}{3}; 1\right)$, $\left(\frac{3}{4}; 0; 1\right)$ et $\left(\frac{1}{4}; 1; 0\right)$.

2. a) Démontre que les droites (IJ) et (KL) ont pour représentations paramétriques respectives :

$$\begin{cases} x = 1 - t \\ y = \frac{1}{3} + \frac{1}{3}t \\ z = t \end{cases}, t \in \mathbb{R} \quad \text{et} \quad \begin{cases} x = \frac{3}{4} - \frac{1}{2}t \\ y = t \\ z = 1 - t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$$

   b) Démontre que les droites (IJ) et (KL) sont sécantes en un point O dont on déterminera les coordonnées.

<u>EXERCICE 4</u> (4 points)

En prévision d'une élection entre deux candidats A et B, un institut de sondage recueille les intentions de vote de futurs électeurs. Parmi les 1 200 personnes qui ont répondu au sondage, 47 % affirment vouloir voter pour le candidat A et les autres pour le candidat B.

Compte-tenu du profil des candidats, l'institut de sondage estime que 10 % des personnes déclarant vouloir voter pour le candidat A ne disent pas la vérité et votent en réalité pour le candidat B, tandis que 20 % des personnes déclarant vouloir voter pour le candidat B ne disent pas la vérité et votent en réalité pour le candidat A.

On choisit au hasard une personne ayant répondu au sondage et on note :

• A l'évènement « La personne interrogée affirme vouloir voter pour le candidat A » ;

• B l'évènement « La personne interrogée affirme vouloir voter pour le candidat B » ;

• V l'évènement « La personne interrogée dit la vérité ».

1. Construire un arbre de probabilités traduisant la situation.

2. a) Calculer la probabilité que la personne interrogée dise la vérité.

   b) Sachant que la personne interrogée dit la vérité, calculer la probabilité qu'elle affirme vouloir voter pour le candidat A.

3. Démontrer que la probabilité que la personne choisie vote effectivement pour le candidat A est 0,529.

4. Pour effectuer ce sondage, l'institut a réalisé une enquête téléphonique à raison de 10 communications par demi-heure. La probabilité qu'une personne contactée accepte de répondre à cette enquête est 0,4. L'institut de sondage souhaite obtenir un échantillon de 1 200 réponses. Quel temps moyen, exprimé en heures, l'institut doit-il prévoir pour parvenir à cet objectif ?

EXERCICE 5 (4 points)

1. a) Démontre que l'équation (E) : $x \in]0;+\infty[,\ x + \ln x = 0$ admet une unique solution α.

   b) Justifie que : $\alpha \in \left]\frac{1}{3};\frac{2}{3}\right[$.

2. On considère la fonction φ définie sur $]0;+\infty[$ par : $\varphi(x) = e^{\frac{1}{x}}$.

   a) Vérifie que : $x \in]0;+\infty[$, $\varphi(x) = x$ si et seulement si, $\frac{1}{x} + \ln\left(\frac{1}{x}\right) = 0$.

   b) Déduis-en que $\frac{1}{\alpha}$ est l'unique solution de l'équation $\varphi(x) = x$ dans $]0\,;+\infty[$.

   c) Démontre que : $\forall\ x \in \left[\frac{3}{2};3\right]$, $|\varphi'(x)| \leq \frac{4}{9}e^{\frac{2}{3}}$.

3. On considère la suite numérique (v_n) définie par : $\begin{cases} v_0 = 2 \\ v_{n+1} = \varphi(v_n), \text{pour tout entier naturel } n. \end{cases}$

   a) Démontre par récurrence que pour tout entier naturel n, $\frac{3}{2} \leq v_n \leq 2$.

   b) Démontre que pour tout entier naturel n, $\left|v_{n+1} - \frac{1}{\alpha}\right| \leq \frac{4}{9}e^{\frac{2}{3}}\left|v_n - \frac{1}{\alpha}\right|$.

   c) Déduis-en que (v_n) est convergente puis détermine sa limite.

EXERCICE 6 : Situation complexe (5 points)

Pour protéger ses fichiers confidentiels de travail, ton père veut utiliser le procédé suivant qu'un de ses collègues lui a indiqué :

● À chacune des 26 lettres de l'alphabet, on associe un entier naturel n selon le tableau ci-dessous :

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25

● On calcule le reste de la division euclidienne de : $5n + 2$ par 26;

● Ce reste est alors associé à la lettre correspondante.

Préoccupé, ton père s'interroge si ce procédé ne conduit pas au codage de deux lettres distinctes par une même lettre et s'il est possible de décoder la lettre E une fois le codage effectué.

Pour le rassurer, tu décides d'effectuer des calculs.

Réponds aux préoccupations de ton père en fournissant tes arguments.

CORRIGE

EXERCICE 1 (2 points)

1-Faux ; 2-Vrai ; 3-Vrai ; 4-Faux.

EXERCICE 2 (2 points)

1-B ; 2-C ; 3-D ; 4-D.

EXERCICE 3 (3 points)

1-a) $\vec{n}\begin{pmatrix}8\\9\\5\end{pmatrix}$ est un vecteur normal à (P) donc une équation de (P) est de la forme :

$8x + 9y + 5z + d = 0$. Comme I∈ (P), on déduit que $d = -11$.

b)

- Une représentation paramétrique de la droite (EH) est :

$\begin{cases} x = 0 \\ y = \alpha \\ z = 1 \end{cases}$, $\alpha \in \mathbb{R}$ et le point d'intersection vérifie $8(0) + 9(\alpha) + 5(1) - 11 = 0$.

On obtient $\alpha = \frac{2}{3}$. Le point d'intersection est J$\left(0; \frac{2}{3}; 1\right)$.

- Une représentation paramétrique de la droite (EF) est :

$\begin{cases} x = \alpha \\ y = 0 \\ z = 1 \end{cases}$, $\alpha \in \mathbb{R}$ et le point d'intersection vérifie $8(\alpha) + 9(0) + 5(1) - 11 = 0$.

On obtient $\alpha = \frac{3}{4}$. Le point d'intersection est K$\left(\frac{3}{4};\ 0; 1\right)$.

- Une représentation paramétrique de la droite (DC) est :

$\begin{cases} x = \alpha \\ y = 1 \\ z = 0 \end{cases}$, $\alpha \in \mathbb{R}$ et le point d'intersection vérifie $8(\alpha) + 9(1) + 5(0) - 11 = 0$.

On obtient $\alpha = \frac{1}{4}$. Le point d'intersection est L$\left(\frac{1}{4};\ 1; 0\right)$.

2. a) $\overrightarrow{\mathrm{IJ}}\begin{pmatrix}-1\\ \frac{1}{3}\\ 1\end{pmatrix}$ donc une représentation paramétrique de la droite (IJ) est : $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = \frac{1}{3} + \frac{1}{3}t \\ z = t \end{cases}$; $t \in \mathbb{R}$.

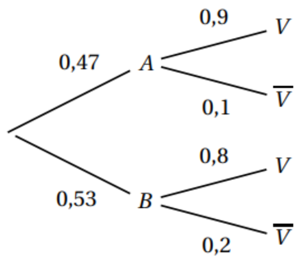
$\overrightarrow{\mathrm{KL}}\begin{pmatrix}-\frac{1}{2}\\ 1\\ -1\end{pmatrix}$ donc une représentation paramétrique de la droite (KL) est : $\begin{cases} x = \frac{3}{4} - \frac{1}{2}t \\ y = t \\ z = 1 - t \end{cases}$; $t \in \mathbb{R}$.

b) Les coordonnées du point d'intersection des droites (IJ) et (KL) sont telles que :

$\begin{cases} 1 - t = \frac{3}{4} - \frac{1}{2}t \\ \frac{1}{3} + \frac{1}{3}t = t \\ t = 1 - t \end{cases}$; $t \in \mathbb{R}$. On obtient : $t = \frac{1}{2}$. (IJ) et (KL) sont sécantes en O$\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

EXERCICE 4 (4 points)

1. Arbre de probabilité



2. a) D'après la formule des probabilités totales :

P(V) = P(A ∩V) + P(B ∩V) = P(A) × PA(V) + P(B) × PB (V)

= 0,47× 0,9+ 0,53 × 0,8 = 0,423+ 0,424

= 0,847

b) $P_V(A) = \frac{P(A \cap V)}{P(V)}$

$= \frac{423}{847}$

3. Soit E l'évènement « la personne choisie vote effectivement pour le candidat A »

E = (A ∩V)∪ (B ∩$\overline{V}$)

P(E) = P(A ∩V) + P(B ∩$\overline{V}$)

= 0,47×0,9+0,53×0,2

= 0,529

4. Soit n le nombre de personnes contactées par téléphone ; soit elle accepte de répondre avec une probabilité de 0,4, soit elle ne l'accepte pas. On suppose que chaque personne répond indépendamment des autres. Il s'agit d'un schéma de Bernoulli dont les paramètres sont B(n ; 0,4).

Obtenir un échantillon de 1 200 personnes qui acceptent de répondre, c'est considérer que l'espérance mathématique est E(X) = 1200.

On cherche alors *n* tel que : n×0,4 = 1200. On trouve *n* = 3 000.

Lors du sondage téléphonique il y a eu 10 contacts par demi-heure, soit 20 contacts par heure.

Le temps moyen t nécessaire est tel que : $t = \frac{3\,000}{20}$; t = 150 heures.

EXERCICE 5 (4 points)

1.a) Posons $f(x) = x + \ln x$. $f'(x) = \frac{1+x}{x}$. $\forall\, x \in]0; +\infty[, f'(x) > 0$.

f est une bijection de $]0; +\infty[$ vers $\mathbb{R}$ et $0 \in \mathbb{R}$.

b) $f\left(\frac{1}{3}\right) \times f\left(\frac{2}{3}\right) < 0$.

2.a) $\varphi(x) = x \Leftrightarrow e^{\frac{1}{x}} = x \Leftrightarrow \frac{1}{x} = \ln x \Leftrightarrow \frac{1}{x} + \ln\left(\frac{1}{x}\right) = 0$.

b) $\varphi(x) = x \Leftrightarrow f\left(\frac{1}{x}\right) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{x} = \alpha \Leftrightarrow x = \frac{1}{\alpha}$.

c) $\forall\, x \in \left[\frac{3}{2}; 3\right] \Leftrightarrow \frac{3}{2} \leq x \leq 3 \Leftrightarrow \frac{1}{3} \leq \frac{1}{x} \leq \frac{2}{3} \Leftrightarrow e^{\frac{1}{3}} \leq e^{\frac{1}{x}} \leq e^{\frac{2}{3}}$

De plus $\frac{1}{9} \leq \frac{1}{x^2} \leq \frac{4}{9}$ donc $\frac{1}{9}e^{\frac{1}{3}} \leq \frac{1}{x^2}e^{\frac{1}{x}} \leq \frac{4}{9}e^{\frac{2}{3}}$ d'où $|\varphi'(x)| \leq \frac{4}{9}e^{\frac{2}{3}}$.

3.a) $\frac{3}{2} \leq V_0 \leq 2$.

Supposons $k \geq 0$ tel que : $\frac{3}{2} \leq V_k \leq 2$ et démontrons que $\frac{3}{2} \leq V_{k+1} \leq 2$.

$V_{k+1} = \varphi(V_k)$, on a : $\frac{3}{2} \leq \varphi\left(\frac{3}{2}\right) \leq \varphi(V_k) \leq \varphi(2) \leq 2$. Donc $\frac{3}{2} \leq V_{k+1} \leq 2$.

b) Appliquons l'inégalité des accroissements finis entre $\frac{1}{\alpha}$ et x :

$\left|\varphi(x) - \varphi\left(\frac{1}{\alpha}\right)\right| \leq \frac{4}{9}e^{\frac{2}{3}}\left|x - \frac{1}{\alpha}\right|$. En prenant $x = V_n$ on a : $\left|V_{n+1} - \frac{1}{\alpha}\right| \leq \frac{4}{9}e^{\frac{2}{3}}\left|V_n - \frac{1}{\alpha}\right|$.

c) Par itération, on obtient : $\left|V_n - \frac{1}{\alpha}\right| \leq \left(\frac{4}{9}e^{\frac{2}{3}}\right)^n \times \left|2 - \frac{1}{\alpha}\right|$.

$$\lim_{n\to+\infty}\left(\frac{4}{9}e^{\frac{2}{3}}\right)^n = 0 \text{ donc } \lim_{n\to+\infty} V_n = \frac{1}{\alpha}.$$

EXERCICE 6 : Situation complexe (5 points)

- Première préoccupation

$5n + 2 \equiv 5p + 2\ [26]$

$5n - 5p \equiv 0\ [26]$

$5(n - p) \equiv 0\ [26]$.

Comme 5 et 26 sont premiers entre eux donc $(n - p) \equiv 0\ [26]$.
On en déduit que $n = p$, puisque $n \leq 26$ et $p \leq 26$.
Donc deux lettres distinctes ne sont pas codées par une même lettre.

- Deuxième préoccupation

L'entier naturel associé à E est 4. On a : $4 + 26y = 5n + 2$. Donc $5n - 26y = 2$.
(16 ; 3) est une solution particulière.
$n = 16 + 26k, k \in \mathbb{Z}$ et $0 \leq n \leq 25$ donc $k = 0$ et $n = 16$.
Comme 16 correspond à la lettre Q, donc E est décodé par Q.

GRILLE DE CORRECTION DE LA SITUATION COMPLEXE 2019 SERIE C

	1. Pertinence (Des outils mathématiques en rapport avec le contexte sont utilisés)	**2. Utilisation correcte des outils mathématiques en situation**	**3. Cohérence de la réponse**	**4. Critères de perfectionnement**
Première préoccupation	Traduction en langage mathématique que $(5n + 2)$ et $(5p + 2)$ ont le même reste dans la division euclidienne par 26. **(0,5 point)**	- Respect des étapes de résolution de 5n+2 congru à 5p+2 modulo 26 **(1 point)**	- Réponse attendue trouvée ; - La réponse à la préoccupation du père est donnée **(0,5 point)**	- Concision ; - Originalité d'une au moins des solutions proposées ; - Bonne présentation.
Deuxième préoccupation	Suivi des étapes du décodage **(0,5 point)**	- Respect des étapes de résolution de l'équation 4+26y=5n+2 (Détermination d'une solution particulière, solution générale). **(1,5 point)**	Le bon décodage de E est donné **(0,5 point)**	1 indic sur 3 $\rightarrow$ 0,25 2 indic sur 3 $\rightarrow$ 0,5 **0.5 point**
Total des points	**1 point**	**2,5 points**	**1 point**	**0,5 point**

Information sur la copie de l'élève

Pour la correction d'une situation complexe au cours d'une évaluation chiffrée, l'enseignant devra faire apparaître sur la copie de chaque apprenant le détail des notes par critère.

Par exemple

Critère	**Total de points**	**Sur**
CM1	0,5	**1**
CM2	1	**2,5**
CM3	0.75	**1**
CP	0,25	**0,5**
Total	2,5	**5**