LE FORMAT DE L'EPREUVE DE MATHEMATIQUES AU BACCALAUREAT, SERIE A1

L'épreuve de Mathématiques à l'examen du Baccalauréat, série A1, est conçue de façon à couvrir toutes les compétences déclinées à partir du profil de sortie des élèves à la fin du second cycle de l'enseignement secondaire.

I. REFERENTIEL DE COMPETENCES

Compétence 1 : Traiter une situation relative aux calculs algébriques et aux fonctions.
Compétence 2 : Traiter une situation relative à la modélisation de phénomènes aléatoires, à l'organisation et au traitement des données.

L'épreuve de Mathématiques au Baccalauréat, série A1, évalue chez les apprenants les habiletés/contenus du programme de Terminale A1 selon les niveaux taxonomiques suivants : la connaissance, la compréhension, l'application et le traitement de situation.

II. STRUCTURE DE L'EPREUVE

L'épreuve comporte cinq (5) exercices et évalue les deux (2) compétences de la classe de Terminale A1.

EXERCICE 1 : Test objectif (niveau de taxonomie 1 ou 2).
EXERCICE 2 : Test objectif (niveau de taxonomie 1, 2 ou 3).
EXERCICE 3 : Exercice de renforcement en test subjectif.
EXERCICE 4 : Exercice de renforcement ou d'approfondissement en test subjectif.
EXERCICE 5 : Situation complexe.

Commentaires

- Un exercice de renforcement porte sur plusieurs habiletés d'une même leçon.
- Un exercice d'approfondissement porte sur plusieurs habiletés de plusieurs leçons.
- Les exercices de renforcement et d'approfondissement ne doivent pas être contextualisés.
- Un exercice peut porter sur plusieurs compétences.
- Les exercices 3, 4 et 5 couvriront les deux (2) compétences au programme.
- Les tests objectifs porteront sur des leçons qui n'auront pas été prises en compte par les exercices 3, 4 et 5.

III. DUREE DE L'EPREUVE ET COEFFICIENT

L'épreuve de Mathématiques au Baccalauréat, série A1, est conçue pour être traitée en trois (03) heures par le candidat. Son coefficient est 3.
Un professeur qui enseigne la classe de Terminale A1 devrait réussir une rédaction du type élève en au plus une heure trente minutes (1h30).

IV-PROPOSITION D'ATTRIBUTION DE POINTS

Exercice 1 (test objectif)	**04** pts
Exercice 2 (test objectif)	
Exercice 3 (renforcement)	**11** pts
Exercice 4 (renforcement ou approfondissement)	
Exercice 5 (situation complexe)	**05** pts

Exemple d'épreuve de Mathématiques - Série A1

Durée : 3 heures
Coefficient : 3

Chaque candidat recevra une (1) feuille de papier millimétré.
Tout modèle de calculatrice scientifique non graphique est autorisé.

EXERCICE 1 (2 points)
Dans cet exercice aucune justification n'est demandée.
Ecris sur ta copie le numéro de l'affirmation suivi de VRAI lorsque l'affirmation est vraie ou de FAUX lorsque l'affirmation est fausse.

Exemple 1. VRAI

N°	Affirmations
1	La limite d'une fonction rationnelle en +∞ est la limite en +∞ du quotient des termes de plus haut degré du numérateur et du dénominateur.
2	(D) est une droite d'équation $y = ax + b$ ($a \neq 0$) et h est une fonction rationnelle. Si $\lim\limits_{x \to -\infty} (h(x) - (ax + b)) = 0$, alors la droite (D) est asymptote oblique à la courbe représentative de h en -∞.
3	Pour tout nombre réel x, $e^x < 0$.
4	La dérivée de la fonction $x \longmapsto e^x$ est la fonction $x \longmapsto \frac{1}{x}$.
5	Le couple (-2 ; 3) est une solution du système d'inéquations $\begin{cases} 2x - 3y - 2 < 0 \\ 5x + 6y - 3 > 0 \end{cases}$
6	Soit a un nombre réel. $e^a > 1$ équivaut à $a > 1$.

EXERCICE 2 (2 points)
Pour chaque ligne du tableau ci-dessous quatre réponses A, B, C et D sont proposées dont une seule est juste.
Ecris sur ta feuille de copie le numéro de la ligne suivi de la lettre correspondant à la réponse juste.
Exemple 1. C

N°	Enoncés	REPONSES	
1	$\lim\limits_{x \to 2^+} \frac{1}{x-2}$ est égale à :	A	- ∞
		B	0
		C	+ ∞
		D	2
2	La suite définie pour tout nombre entier naturel n par $u_n = e^{3n+5}$ est :	A	une suite géométrique de premier terme 1 et de raison e.
		B	une suite arithmétique de premier terme e^5 et de raison e
		C	une suite géométrique de premier terme e^5 et de raison e^3
		D	une suite géométrique de premier terme e^3 et de raison e^5
3	la fonction polynôme $x \longmapsto 3x^3 + 6x + 1$ est :	A	croissante sur IR
		B	décroissante sur IR
		C	constante sur IR
		D	croissante sur] -∞ : 0] et décroissante sur [0 ; +∞[
4	$\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{e^x}{-x+1}$ est égale à :	A	+∞
		B	-∞
		C	0
		D	1
5	La suite (v_n) définie pour tout nombre entier naturel n par $v_{n+1} = v_n - {v_n}^2 - 2n^2 - 5$ est :	A	constante
		B	croissante
		C	décroissante
		D	ni croissante ni décroissante

6	Dans IR, l'équation : $(\ln x)^2 + (-3+\ln 2)\ln x - 3\ln 2 = 0$ a pour ensemble de solutions :	A	{3 ; 1/2}
		B	$\{1 ; e^3\}$
		C	{ln2 ; 3}
		D	$\{1/2 ; e^3\}$

EXRCICE 3 (4 points)

Un Professeur de Français a relevé les fautes commises par deux élèves X et Y au cours de six (6) devoirs d'orthographe. Le tableau ci-dessous indique la répartition du nombre de fautes commises par les deux élèves.

N° du devoir	1	2	3	4	5	6
Nombre de fautes de l'élève X	11	10	9	9	8	7
Nombre de fautes de l'élève Y	9	7	8	7	6	5

1. Justifie que le nombre moyen de fautes de l'élève X après ces 6 devoirs est 9

On admet que le nombre moyen de fautes de l'élève Y après ces 6 devoirs est 7

2. Justifie que la variance des nombres de fautes de Y est $\frac{5}{3}$.

On admet que la variance des nombres de fautes de X est aussi égale à $\frac{5}{3}$.

3. Justifie que la covariance des nombres de fautes de X et Y est égale à $\frac{3}{2}$

4. On admet qu'il y a une forte corrélation entre les nombres de fautes de X et ceux de Y.

Détermine, par la méthode des moindres carrés, une équation de la droite qui permet d'estimer le nombre de fautes de Y en fonction du nombre de fautes de X à un devoir.

EXERCICE 4 (7 points)

Soit f la fonction numérique définie sur $]0 ; +\infty[$ par : $f(x) = 2-x + \ln x$.

On note (C) la représentation graphique de f dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J).

On prendra 2 cm pour unité graphique.

1. a) Justifie que : $\lim\limits_{x\to 0} f(x) = -\infty$.

b) Justifie que la droite d'équation $x = 0$ est une asymptote verticale de (C).

2. On admet que, pour tout nombre réel strictement positif x , $f(x) = x(\frac{2}{x} - 1 + \frac{\ln x}{x})$.

Déduis-en la limite de f en $+\infty$.

3. On admet que f est dérivable sur $]0 ; +\infty[$ et que sa fonction dérivée f' est définie par : $f'(x) = \frac{1-x}{x}$.

a). Démontre que f est croissante sur $]0 ; 1[$ et décroissante sur $]1 ; +\infty[$.

b). Dresse le tableau de variations de f.

4. Démontre que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique dans l'intervalle $]3,1 ; 3,2[$.

5. Recopie et complète le tableau suivant :

x	0,1	0,2	0,5	1	2	3	4	5
L'arrondi d'ordre 1 de $f(x)$								

6. Trace (C) sur l'intervalle $]0 ; 5]$

7. Soit g la fonction numérique définie sur $]0 ; +\infty[$ par : $g(x) = x - \frac{x^2}{2} + x\ln x$

a) Démontre que g est une primitive de f sur $]0 ; +\infty[$.

b) Calcule en cm² l'aire de la portion du plan délimitée par la courbe (C), l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 1$ et $x = 3$.

EXERCICE 5 (5 points)

À l'occasion de la kermesse organisée dans un établissement secondaire pendant les fêtes de fin d'année scolaire, le Président du Conseil Scolaire de cet établissement est éligible à un prix de la tombola. Pour avoir son gain, il est invité à tirer au hasard et simultanément 3 boules d'un sac qui en contient 5 rouges et 3 blanches indiscernables au toucher. Chaque boule blanche rapporte 10000F et chaque boule rouge rapporte 5 000 F.
Avant le tirage, le Président du Conseil Scolaire déclare qu'il veut offrir, avec son gain, un stabilisateur de courant d'une valeur de 23 000F à son établissement pour sécuriser l'ordinateur de la bibliothèque. Certains élèves pensent que le Président du Conseil Scolaire a plus de 50% de chance de leur offrir ce stabilisateur.
A l'aide d'une production argumentée basée sur tes connaissances mathématiques, donne ton avis sur l'affirmation de ces élèves.

CORRIGE

EXERCICE 1 (2 points)

2. VRAI ; 3. FAUX ; 4. FAUX ; 5. VRAI ; 6. FAUX

EXERCICE 2 (2 points)
2. C ; 3. A ; 4. B ; 5. C ; 6. D

EXERCICE 3 (4 points)
1. Justifions que le nombre moyen de fautes de l'élève X après ces 6 devoirs est 9
Soit $\bar{x}$ le nombre moyen de fautes de l'élève X.
On a $\bar{x} = \frac{11+10+9+9+8+7}{6} = \frac{54}{6} = 9$
2. Justifions que la variance des nombres de fautes de Y est $\frac{5}{3}$.

v'x) = $\frac{9^2+7^2+8^2+7^2+6^2+5^2}{6} - 7^2$

$= \frac{304}{6} - 49$

$= \frac{304-294}{6}$

$= \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$

3. Justifions que la covariance des nombres de fautes de X et Y est égale à $\frac{3}{2}$

Cov(X ; Y)=co(X ; Y) = $\frac{11x9+10x7+9x8+9x7+8x6+7x6}{6} - 9 \times 7$

$= \frac{387-63x6}{6}$

$= \frac{387-378}{6}$

$= \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$

4. On admet qu'il y a une forte corrélation entre les nombres de fautes de X et ceux de Y.
Déterminons une équation de droite qui permet d'estimer le nombre de fautes de Y en fonction du nombre de fautes de X à un devoir.
Une équation, par la méthode des moindres carrées, de la droite de régression de Y en fonction de X est :
$y = ax + b$ où $a = \frac{Cov(X;Y)}{V(X)}$ et $b = \bar{y} - a\bar{x}$

$a = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{5}{3}} = \frac{9}{10} = 0{,}9$

$b = \bar{y} - a\bar{x}$

$b = 7 - 0.9 \times 9$

$b = 7 - 8{,}1$

$b = -1{,}1$

$y = 0{,}9x - 1{,}1$

EXERCICE 4 (7 points)

Soit f la fonction numérique définie sur]0 ; +∞[par : $f(x) = 2 - x + \ln x$.

1. a) $\lim\limits_{x \to 0} lnx = -\infty$ et $\lim\limits_{x \to 0}(2 - x) = 2$ d'où : $\lim\limits_{x \to 0} f(x) = -\infty$.

b) $\lim\limits_{x \to 0} f(x) = -\infty$ d'où la droite d'équation x = 0 est une asymptote verticale de (C).

2. Pour tout nombre réel strictement positif, $f(x) = x(\frac{2}{x} - 1 + \frac{lnx}{x})$.

$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} x(\frac{2}{x} - 1 + \frac{lnx}{x})$

$\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{lnx}{x} = 0$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} (\frac{2}{x} - 1) = -1$ d'où : $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$

3. Pour tout nombre réel strictement positif x, $f'(x) = \frac{1-x}{x}$.

a). Pour tout nombre réel x de l'intervalle]0 ; 1[, $\frac{1-x}{x} > 0$ et pour tout nombre réel x de l'intervalle]1 ; + ∞[, $\frac{1-x}{x} < 0$. D'où : f est croissante sur]0 ; 1[et décroissante sur]1 ; + ∞[.

b). Tableau de variations de f

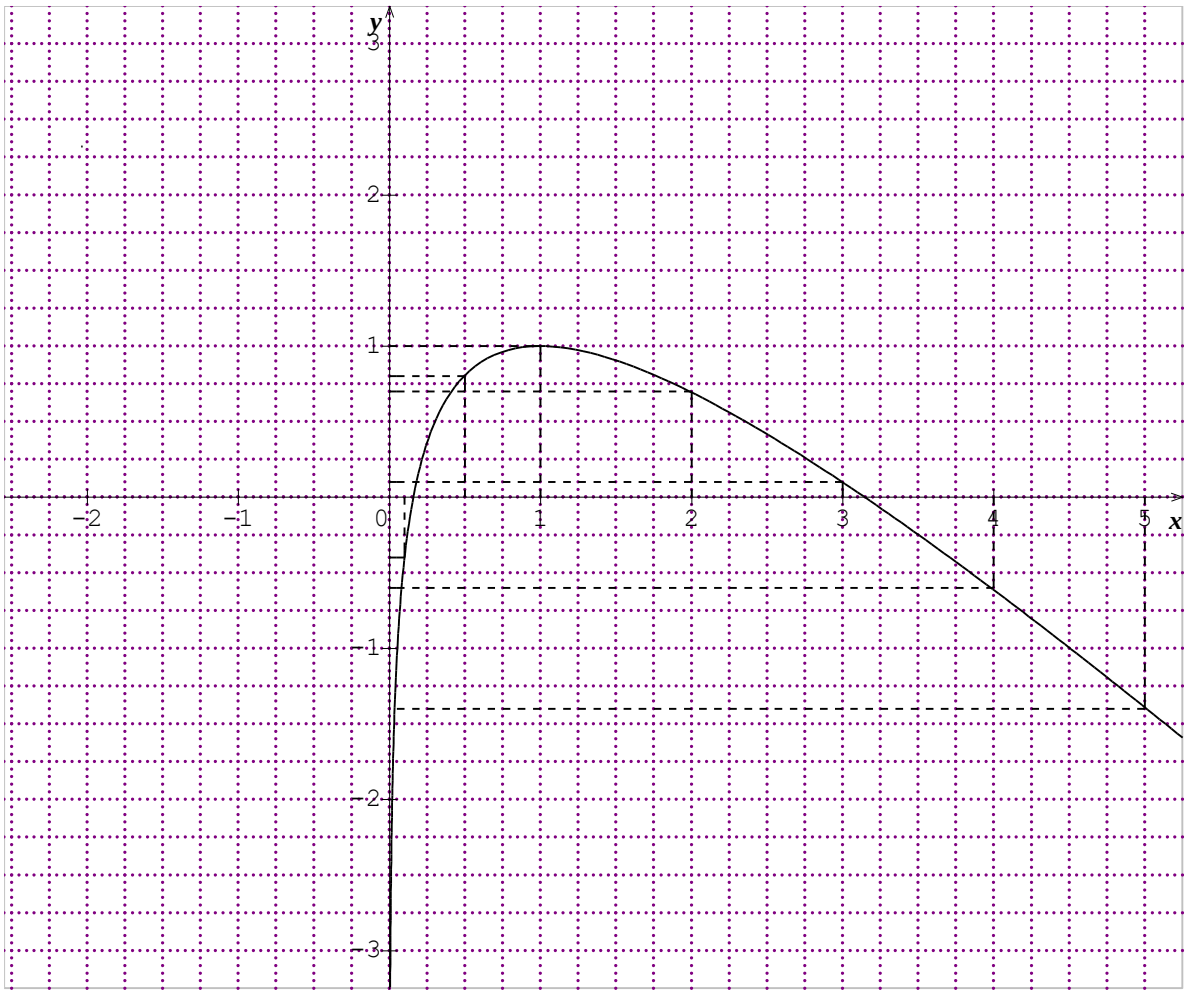
x	0		1		+∞
$f'(x)$		+	0	−	
$f(x)$		-∞ ↗	1	↘	-∞

4. f est dérivable et strictement monotone sur]1 ; + ∞ [en particulier sur]3,1 ; 3,2[de plus, $f(3{,}1) = 0{,}03$ et $f(3{,}2) = -0{,}03$ c'est-à-dire $f(3{,}1) \times f(3{,}2) < 0$ d'où l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique dans l'intervalle]3,1 ; 3,2[.

5.

x	0,1	0,2	0,5	1	2	3	4	5
L'arrondi d'ordre 1 de $f(x)$	-0,4	-0,2	0,8	1	0,7	0,1	-0,6	-1,4

6. Tracé de (C) sur l'intervalle]0 ; 5]



7. a) Pour tout x élément de]0 ; +∞[, $g'(x) = 1 - x + \ln x + 1$
Pour tout x élément de]0 ; +∞[, $g'(x) = 2 - x + \ln x$
Donc g est une primitive de f sur]0 ; +∞[,

b) Pour tout x élément [1 ; 3], $f(x) > 0$ d'où l'aire A demandée est $\int_1^3 f(x)\,dx \times 4cm^2$

$$\int_1^3 f(x)\,dx = [g(x)]_1^3$$
$$= g(3) - g(1)$$
$$= 3 - \frac{9}{2} + 3\ln 3 - 1 + \frac{1}{2}$$
$$= 3\ln 3 - 2$$

A = (12ln3 – 8) cm²

EXRCICE 5 (5 points)

Correction de l'exercice

1. On doit déterminer tous les gains possibles et calculer la probabilité pour le Président de gagner et comparer cette probabilité à 0.5.
2. Déterminons tous les cas possibles de ce tirage.
   Désignons par bb une boule blanche et par br une boule rouge.
   On peut avoir :
   (3bb) ou bien (2bb et 1br) ou bien (1bb et 2br) ou bien (3br)
3. Déterminons tous les gains possibles
   Un tirage de 3bb donne 3×10000F soit 30000F
   Un tirage de 2bb et 1br donne 2×10000F + 1×5000F soit 25000F
   Un tirage de 1bb et 2br donne 1×10000F + 2×5000F soit 20000F
   Un tirage de 3br donne 3×5000F soit 15000F

Composition du tirage	Gain correspondant
3 boules blanches	30 000 F
2 boules blanches et 1 boule rouge	25 000 F
1 boule blanche et 2 boules rouges	20 000 F
3 boules rouges	15 000 F

4. Pour payer le stabilisateur, le Président du Conseil doit avoir 30 000 F ou bien 25000F soit tirer 3bb ou bien 2bb et 1br. Notons A l'évènement : « le président du Conseil tire 3bb », B l'évènement « le président du Conseil tire 2bb et 1br » et C l'évènement « le président du Conseil tire 3bb ou bien 2bb et1br »
Cherchons la probabilité de l'évènement C.

a. Le nombre de façons de tirer simultanément 3 boules dans un ensemble de 8 boules est le nombre de combinaisons à 3 éléments dans un ensemble à 8 éléments c'est-à-dire C_8^3.

On a : C_8^3 = 56

b. P(A) = $\frac{C_3^3}{56} = \frac{1}{56}$

P(B) = $\frac{C_3^2 \times C_5^1}{56} = \frac{15}{56}$

P(C) = P(A) + P(B) = $\frac{1}{56} + \frac{15}{56} = \frac{16}{56} = \frac{2}{7}$ ≈0,29.

c. $\frac{2}{7} < 0{,}5$

Il a environ 29% de chance de gagner. Donc l'affirmation de ces élèves est fausse.

GRILLE DE CORRECTION DE LA SITUATION COMPLEXE DU BAC SERIE A1

Critères	Indicateurs de performance	Barème de notation
CM1 : **Pertinence** Identification du modèle correspondant au problème posé (Interprétation correcte de la situation complexe, pertinence des choix opérés sur les données de la situation)	- Identification du problème à résoudre ; - Utilisation de dénombrement, - Utilisation de probabilité	**0,75 point / 5 :** 1 indic sur 3 → 0,25 pt 2 indic sur 3 → 0,75 pt
CM2 : **Utilisation correcte des outils mathématiques en situation** (concerne les étapes de la démarche) - Choix des outils appropriés - Application correcte des propriétés, règles et définitions	- Choix des combinaisons - Détermination de tous les cas possibles de ce tirage - Détermination de tous les gains possibles - Détermination de l'événement permettant au président de gagner - Détermination de la probabilité que le président gagne - Exactitude des formules - Avis	**2,5 points / 5 :** 1 indic sur 7 → 0,5 pt 2 indic sur 7 → 1 pt 3 indic sur 7 → 1,5 pt 4 indic sur 7 → 2 pt 5 indic sur 7 → 2,5 pts
CM3 : **Cohérence de la réponse** – Cohérence entre les étapes de la démarche – Cohérence dans la démonstration	- Le résultat produit est vraisemblable - Le résultat produit est en adéquation avec la démarche - Les enchainements sont de bonne qualité	**1,25 point / 5 :** 1 indic sur 3 → 0,75 pt 2 indic sur 3 → 1,25 pt
CP : **Critère de perfectionnement**	- Concision de la production ; - Originalité de la production ; - Bonne présentation.	**0,5 point / 5 :** 1 indic sur 3 → 0,25 pt 2 indic sur 3 → 0,5 pt

Information sur la copie de l'élève

Pour la correction d'une situation complexe au cours d'une évaluation chiffrée, l'enseignant devra faire apparaître sur la copie de chaque apprenant le détail des notes par critère.

Par exemple

Critère	Total de points	Sur
CM1	0,25	**0,75**
CM2	1	**2,5**
CM3	1	**1,25**
CP	0,25	**0,5**
Total	2,5	**5**